Ex9. 设矩阵A 是幂等矩阵, 即$A^2 = A$, 假设$A \neq E$, 证明: $|A| = 0$.

证明. (反证法证明) 假设$|A| \neq 0$, 则矩阵A 可逆, 于是,

$$A - E = E(A - E) = A^{-1}A(A - E) = A^{-1}(A^2 - A) = A^{-1} \cdot 0 = 0,$$

即$A = E$, 这与假设条件$A \neq E$ 矛盾. 所以, $|A| = 0$.